

Tentamen Signalen en Systeemtheorie 9 April, 2013

The exam consists of 6 problems. You should **write clearly, argue clearly, and motivate your answers**. Points available can be found below.

1. Stel $f(t)$ een 2π -periodiek signaal met lijnspectrum $f_k = \frac{1}{k^2+1}$.
- Toon aan dat $f(t)$ reëel is, en een even functie.
 - Bepaal het lijnspectrum van het signaal $f(2t)$
 - Bepaal het lijnspectrum van het signaal $f(2t - \frac{T}{2})$.
 - Laat P_f het vermogen (power) zijn van het signaal $f(t)$. Druk het vermogen van $f(2t)$ en $f(2t - \frac{T}{2})$ uit in termen van P_f .

2. Laat $f(t) = \text{rect}_2(t)$ en $g(t) = 1(t)$.
- Bepaal de convolutie $(f * g)(t)$.
 - Bepaal het spectrum van $(f * g)(t)$.

3. Beschouw het 2-periodieke signaal $f(t)$ gedefinieerd door

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq t < 1 \\ -1 & \text{if } 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

- Bepaal de Fouriercoëfficiënten van $f(t)$.
 - Formuleer de stelling van Parseval voor periodieke signalen.
- c. Bepaal $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2}$ gebruik makend van de Fouriercoëfficiënten uit onderdeel (a).
4. Definieer de functie $f(t)$ door $f(t) = |\sin(t)|$.
- Bepaal de gegeneraliseerde afgeleide $f'(t)$ en schets daarvan de grafiek.
 - Bepaal de dubbele gegeneraliseerde afgeleide $f''(t)$ en schets daarvan de grafiek.

5. We bekijken het input-output systeem gegeven door

$$y(t) = \int_{t-1}^t u(s)ds + u(t).$$

- a. Toon aan dat het systeem lineair is.
 - b. Toon aan dat het systeem tijdsinvariant is.
 - c. Bepaal de impuls responsie van het systeem.
 - d. Is het systeem causaal?
6. Beschouw de differentiaalvergelijking $y^{(2)} = u^{(2)} + u^{(1)} + u$.
- a. Bepaal het simulatie-diagram bij deze differentiaalvergelijking.
 - b. Bepaal een input-state-output representatie van de differentiaalvergelijking.
 - c. Bepaal de transferfunctie van het 'initially at rest' systeem dat door de differentiaalvergelijking wordt gegeven.
 - d. Bepaal de impulse responsie van dit input-output systeem.
 - e. Bepaal de stapresponsie van dit input-output systeem.
 - f. Is het input-output systeem BIBO stabiel?

Points:

Problem 1: 16
Problem 2: 10
Problem 3: 14
Problem 4: 10
Problem 5: 16
Problem 6: 24
10 points for free